

Hong Kong Mathematics Olympiad (1996 – 97)
Heat Event (Individual)
香港數學競賽 (1996 – 97)
初賽項目 (個人)

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

1. Let n be a positive integer. If $n^2 = 29p + 1$, where p is a prime number, find the value of n .

設 n 為一正整數。若 $n^2 = 29p + 1$ ，其中 p 為質數，試求 n 之值。

2. If the width of a rectangle is increased by $\frac{1}{3}$ m, its area will be increased by $\frac{5}{3}$ m². If its length is decreased by $\frac{1}{2}$ m, its area will be decreased by $\frac{9}{5}$ m². Let the area of the rectangle be x m², find the value of x .

若一長方形之闊度增加 $\frac{1}{3}$ 米，其面積增加 $\frac{5}{3}$ 平方米。若其長度減少 $\frac{1}{2}$ 米，則面積減少 $\frac{9}{5}$ 平方米。設該長方形之面積為 x 平方米，求 x 之值。

3. If s is the sum of all positive factors of 1234, find the value of s .

若 s 為 1234 之所有正因數的總和，求 s 之值。

4. Let $x = \frac{1}{x}$, find the value of $\frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} \div \frac{x + 5}{x^2 + 3x - 6}$.

設 $x = \frac{1}{x}$ ，求 $\frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} \div \frac{x + 5}{x^2 + 3x - 6}$ 的值。

5. Find the value of $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + 99^2 - 100^2$.

求 $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + 99^2 - 100^2$ 的值。

6. If $yz : zx : xy = 1 : 2 : 3$, find $\frac{x}{yz} : \frac{y}{zx}$.

若 $yz : zx : xy = 1 : 2 : 3$ ，求 $\frac{x}{yz} : \frac{y}{zx}$ 。

7. Find the real roots of the equation :

$$x(x+1)(x^2+x+1) = x.$$

求下列方程的實根：

$$x(x+1)(x^2+x+1) = x.$$

8. There are 6 students in a class. Everyone sends one Christmas card to each of the rest of the class. Find the total number of cards sent out by the class.

某班有 6 位學生。每位學生送給班中其餘各位同學一張聖誕咭，求該班學生寄出聖誕咭的總數。

9. If $2x^2 - 8x + k \equiv 2(x-2)^2 + 9$, find the value of k .

若 $2x^2 - 8x + k \equiv 2(x-2)^2 + 9$ ，求 k 之值。

10. If the ten-digit number $1357p1357p$ is divisible by 9, find the value of p .

若十位數 $1357p1357p$ 可被 9 整除，求 p 之值。